Задачи по курсу

"КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ".

1. $$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + (D_\mu \phi)^*(D_\mu \phi) - \lambda\Big(\phi^*\phi - v^2\Big)^2$$

   Вычислить симметризованный тензор энергии импульса.

2. Проверить, что для поля ϕ находящегося в присоединенном представлении калибровочной группы ковариантная производная может быть записана в виде
   $$D_\mu \phi = \partial_\mu \phi + [A_\mu, \phi]$$
   и доказать тождество Бьянки $D_\mu \tilde{F}_{\mu\nu} = 0$.

3. Показать, что для теории Янга-Миллса со скалярным полем ток j^μ удовлетворяет закону сохранения $\mathcal{D}_\mu j^\mu = \partial_\mu j^\mu + [A_\mu, j^\mu] = 0$. Доказать это двумя способами: из (неабелевых) уравнений Максвелла и явно, используя уравнения движения для скалярного поля.

4. $$L = (\partial_\mu \Phi)^+(\partial_\mu \Phi) - \lambda\Big(\Phi^+\Phi - v^2\Big)^2,$$

   поле Φ находится в фундаментальном представлении группы SU(2). Найти функцию Лагранжа в квадратичном приближении вблизи вакуумного состояния и проверить справедливость теоремы Голдстоуна.

5. $$L = -\frac{1}{4}{F_{\mu\nu}^a}^2 + (D_\mu \Phi)^+(D_\mu \Phi) - \lambda\Big(\Phi^+\Phi - v^2\Big)^2,$$

   поле Φ находится в фундаментальном представлении группы SU(2). Найти функцию Лагранжа в квадратичном приближении вблизи вакуумного состояния и проверить справедливость теоремы Хиггса.

6. Доказать инвариантность действия поля Янга-Миллса относительно глобальных преобразований $A_\mu(x) \to \alpha A_\mu(\alpha x)$.

7. Убедиться, что зарядовое сопряжение не меняет закон преобразования спинора под действием группы Лоренца.

8. Доказать тождества

$$\bar{\psi}^C \chi^C = \bar{\chi}\psi; \qquad \bar{\psi}^C \gamma_5 \chi^C = \bar{\chi}\gamma_5\psi; \qquad \bar{\psi}^C \gamma^\mu \chi^C = -\bar{\chi}\gamma^\mu\psi;$$
$$\bar{\psi}^C \gamma^\mu \gamma_5 \chi^C = \bar{\chi}\gamma^\mu\gamma_5\psi; \qquad \bar{\psi}^C \gamma^{\mu\nu} \chi^C = -\bar{\chi}\gamma^{\mu\nu}\psi.$$