

Экзаменационные вопросы по теоретической механике (3-й курс, 2-й поток, 2016)

Движение механических систем при наложенных связях. Голономные связи. Принцип виртуальных перемещений. Принцип Даламбера.

Уравнения Лагранжа с неопределенными множителями (1-го рода). Законы сохранения для механических систем при наличии связей.

Уравнения Лагранжа в независимых координатах (вывод из общего уравнения механики).

Механическая система с одной степенью свободы. Интегралы движения. Качественное исследование. Движение вблизи точек остановки. Формула для периода колебаний.

Одномерный гармонический осциллятор. Собственные и вынужденные колебания одномерного гармонического осциллятора. Функция Лагранжа. Фазовая плоскость. Затухающие одномерные колебания. Условный период. Аperiodический режим движения.

Общие свойства движения частицы в центральном поле. Интегралы движения. Общее решение задачи в квадратурах. Качественное исследование. Точки поворота. Классификация траекторий. Формулы для периода радиального движения частицы и смещения перигея траектории частицы в центральном поле. Условие замкнутости траекторий. Задача Кеплера. Вектор-интеграл Лапласа.

Система материальных точек. Внутренние силы. Инвариантность функции Лагранжа изолированной системы N материальных точек относительно преобразований «группы движений Галилея». Законы изменения и сохранения импульса, момента импульса и энергии системы точек. Аддитивные интегралы движения изолированной системы N материальных точек и свойства пространства-времени. Инерциальные системы отсчета. Группа движений Галилея.

Задача двух тел; интегралы движения и общее решение задачи в квадратурах. Движение частиц относительно лабораторной системы отсчета и системы центра масс. Упругое рассеяние частиц. Эффективное поперечное сечение рассеяния. Формула Резерфорда. Падение частиц в центр поля и захват частиц. Полное сечение захвата частиц.

Уравнения Лагранжа в независимых координатах и их ковариантность при точечных преобразованиях. Обобщенный импульс и обобщенная энергия. Интегралы движения уравнений Лагранжа.

Функция Лагранжа заряда во внешнем электромагнитном поле. Обобщенный потенциал, обобщенная сила в уравнениях Лагранжа заряженной частицы во внешнем электромагнитном поле. Первые интегралы уравнений Лагранжа заряда e , массы m в однородном магнитном поле и калибровка векторного потенциала. Первые интегралы уравнений Лагранжа заряда e массы m в однородном магнитном поле \mathbf{H} в цилиндрических координатах.

Малые колебания динамических систем с s степенями свободы. Общее решение уравнений Лагранжа механической системы с s степенями свободы вблизи положений устойчивого равновесия. Устойчивость движения по Ляпунову. Теорема Лагранжа. Собственные колебания механической системы с s степенями свободы. Нормальные координаты. Ортогональность амплитуд. Случаи нулевой и кратных частот. Векторы смещений. Свойства ортогональности.

Интегральные принципы механики. Действие. Экстремали действия и уравнения Лагранжа. Принцип наименьшего действия в пространстве конфигураций.

Невырожденные лагранжианы. Преобразования Лежандра и представление уравнений Лагранжа в эквивалентной форме уравнений Гамильтона. Циклическая координата. Интегрирование уравнений Гамильтона с одной циклической координатой; консервативная система с двумя степенями свободы и одной циклической координатой. Канонические уравнения Гамильтона. Фазовое пространство. Фазовый поток.

Функция Гамильтона заряда e , массы m во внешнем электромагнитном поле. Уравнения Лагранжа и Гамильтона и интегралы движения этих уравнений для заряда e , массы m в однородном магнитном поле \mathbf{H} .

Скобки Пуассона и интегралы движения; свойства скобок Пуассона. Интегралы движения в задаче Кеплера. Теорема Пуассона.

Канонические преобразования. Производящие функции канонических преобразований. Бесконечно-малые канонические преобразования. Теорема Лиувилля о сохранении фазового объема. Инварианты канонических преобразований.

Принцип наименьшего действия в расширенном фазовом пространстве; вывод уравнений Гамильтона. Действие как функция обобщенных координат и уравнение Гамильтона-Якоби.

Уравнение Гамильтона-Якоби. Полный интеграл уравнения Гамильтона-Якоби и решения канонических уравнений. Теорема Якоби. Метод разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби. Разделение переменных в уравнении Гамильтона-Якоби в декартовых и полярных координатах; полный интеграл уравнения Гамильтона-Якоби для двумерного неізотропного гармонического осциллятора и полный интеграл для двумерного изотропного осциллятора в полярных координатах.

Укороченное действие. Канонические переменные "действие-угол". Переменные «действие-угол» и общие свойства условно-периодического движения в случае несоизмеримых частот; траектории в фазовом пространстве. Переменные «действие-угол» в задаче двумерного неізотропного осциллятора и траектории на карте угловых переменных; переменные «действия» и периоды движения частицы массы m в центральном поле $U(r) = -a/r + b/r^2$, $a, b > 0$.

Полностью вырожденное движение. Переменные «действия» и периоды движения в «плоской» задаче Кеплера в полярных координатах. Переменные «действие-угол» в задаче двумерного изотропного осциллятора в декартовых и полярных координатах; однозначные интегралы движения и траектории на карте угловых переменных.

Механические системы с медленно-меняющимися параметрами. Переменные действия - адиабатические инварианты; адиабатический инвариант в задаче о движении частицы с массой m и зарядом e в центральном поле $U(r)$ и медленно изменяющимся со временем слабым однородном магнитном поле напряженности \mathbf{H} . Асимптотический эффект. Адиабатические инварианты в задаче двумерного неізотропного гармонического осциллятора.

Углы Эйлера. Угловая скорость твердого тела. Кинематические уравнения Эйлера. Импульс, момент импульса и кинетическая энергия твердого тела. Тензор инерции твердого тела и его свойства.

Движение твердого тела с одной неподвижной точкой. Динамические уравнения Эйлера. Функция Лагранжа тяжелого симметрического волчка. Интегралы движения. Решение задачи в квадратурах.

Основные свойства и способы описания сплошной среды. Поле перемещений. Тензоры и векторы полей поворотов и деформаций. Поле скоростей. Тензоры и векторы, характеризующие поля вихря и скорости деформаций.

Объемные и поверхностные силы. Тензор локальных напряжений. Изэнтропическое движение сплошной среды. Уравнение Эйлера. Замкнутая система уравнений для баротропного движения идеальной жидкости. Уравнения движения в векторной форме. Интегралы Бернулли и Коши. Уравнения неразрывности для массы, импульса и энергии идеальной жидкости. Потоки энергии и импульса сплошной среды.

Сжимаемая сплошная среда. Распространение возмущений (полей плотности, давления, скорости) в сжимаемой сплошной среде. Звуковые волны и их характеристики.

Касательные напряжения в движущейся жидкости. Тензор напряжений "линейной" вязкой жидкости. Уравнение Навье-Стокса; основное отличие от уравнения Эйлера. Уравнения движения несжимаемой вязкой жидкости. Динамически-подобные течения; закон подобия. Число Рейнольдса.