

Экзаменационные вопросы по теоретической механике
(1 поток 3 курса, лектор П.И.Пронин)

Механика Ньютона.

1. Покажите, что уравнения Ньютона инвариантны относительно преобразований Галилея.
2. Приведите вывод законов сохранения энергии, импульса и момента импульса точечной частицы в нерелятивистской и релятивистской механике. Сформулируйте условия, которым должны удовлетворять силы, действующие на частицу.
3. Приведите вывод уравнений, определяющих изменение со временем импульса, энергии и момента импульса системы взаимодействующих частиц во внешнем поле при наличии диссипативных сил. Получите уравнение движения тела с переменной массой (уравнение Мещерского).
4. Общее решение в квадратурах задачи о движении точечной частицы в центральном поле. Условие замкнутости траектории.
5. Общее решение (в квадратурах) задачи двух тел.
6. Теория подобия. Решение задачи Кеплера методами теории подобия
7. Получите выражение для силы гравитационного взаимодействия частицы с силовым центром, считая известными законы Кеплера.
8. Общий случай движения системы отсчета. Уравнения движения материальной точки относительно неинерциальной системы отсчета

Теория рассеяния.

0. Упругое рассеяние частиц, поперечные сечения рассеяния
1. Найдите траекторию и угол рассеяния частицы при ее инфинитном движении в поле центральной силы отталкивания с потенциалом $U = \mathbf{a}/r$ и силы притяжения с потенциалом $U = -\mathbf{a}/r$
2. Получить формулу для дифференциального эффективного сечения рассеяния жестких сфер.
3. Формула Резерфорда для дифференциального сечения рассеяния легких заряженных частиц на первоначально неподвижных тяжелых ядрах

Уравнения Лагранжа.

0. Уравнения Лагранжа первого рода Классификация связей. Реакция связей. Функция Лагранжа
1. Покажите, что функция Лагранжа определена с точностью до полной производной по времени от произвольной скалярной функции координат и времени.
2. Считая заданными уравнения голономных идеальных связей, приведите вывод уравнений Лагранжа с реакциями связей 1-го рода. Выведите уравнение изменения полной энергии системы при наличии связей.
3. Приведите вывод уравнений Лагранжа для системы N частиц с S степенями свободы из уравнений Даламбера.

4. Приведите вывод уравнений Лагранжа из принципа наименьшего действия.

5. Получить выражения для функции Лагранжа и уравнения движения системы взаимодействующих частиц в неинерциальной системе отсчета.

6. Формулировка и доказательство теоремы Нётер и вывод законов сохранения энергии, импульса и момента импульса.

7. Уравнения Лагранжа в независимых координатах. Циклические координаты.

8. Законы сохранения обобщенного импульса и обобщенной энергии

Уравнения Гамильтона

1. Приведите вывод канонических уравнений Гамильтона из вариационного принципа.

2. Приведите определение скобок Пуассона. Докажите теорему Пуассона. Покажите, что множество динамических функций образует алгебру Ли.

3. Приведите доказательство теоремы Лиувилля.

4. Канонические преобразования и производящие функций четырех возможных типов.

5. Интегральные инварианты. Интегральный инвариант Пуанкаре-Картана и канонические уравнения

6. Получить канонические уравнения Гамильтона для системы с S степенями свободы при наличии диссипативных сил исходя из лагранжевой формы уравнений движения

Уравнение Гамильтона-Якоби

1. Вывод уравнения Гамильтона-Якоби и доказательство теоремы Якоби

1. Сформулируйте метод разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби и его применение для консервативных систем. Продемонстрируйте этот метод на примере.

2. Введите переменные «действие-угол» для системы, совершающей условно-периодическое движение. Сформулируйте метод вычисления частот нормальных колебаний системы.

3. Адиабатические инварианты.

4. Приведите доказательство теоремы о вириале для системы частиц с парным потенциалом взаимодействия, зависящим только от расстояний между частицами. Рассмотрите пример кулоновского взаимодействия

5. Интегральный инвариант Пуанкаре-Картана

6. Интегральные инварианты высших порядков.

7. Интегральные инварианты и законы сохранения.

Колебания.

1. Исследуйте одномерное движение в консервативном поле. Получите общую формулу для периода нелинейных колебаний. Найдите функцию Лагранжа для одномерного финитного движения частицы во внешнем поле в приближении линейных колебаний, линейное уравнение движения при

наличии диссипативной силы пропорциональной скорости и общее решение неоднородного уравнения движения.

2. Получите формулы первого приближения методом Крылова-Боголюбова для нелинейных систем с медленно меняющимися параметрами.

3. В приближении линейных колебаний найдите общее решение уравнений системы с S степенями свободы при наличии диссипативных сил.

4. Вынужденные колебания системы с S степенями свободы под действием периодической внешней силы при наличии диссипативных сил.

5. Общее решение уравнений движения консервативной системы в малой окрестности положения равновесия. Найти условия при которых система будет оставаться в этой окрестности.

6. Написать функцию и уравнения Лагранжа системы с многими степенями свободы в приближении линейных колебаний в нормальных координатах

7. Общее решение задачи о линейных колебаниях линейной симметричной трехатомной молекулы

8. Метод усреднения. Эффективная потенциальная энергия «медленного» одномерного движения системы при наличии высокочастотных возмущений

Динамика твердого тела.

0. Уравнения движения твердого тела

1. Приведите формулы преобразований тензора инерции твердого тела при поворотах и параллельных переносах координатных осей. Главные оси инерции. Тензор инерции твердого тела относительно главных осей инерции.

2. Исследуйте движение тяжелого симметричного волчка с одной неподвижной точкой

3. Вывод функции Лагранжа твердого тела, в случае выбора в качестве обобщенных координат декартовых координат центра масс и углов Эйлера

4. Найти компоненты угловой скорости твердого тела как функции углов Эйлера и их производных по времени.

5. Вывод уравнений Эйлера движения твердого тела с одной неподвижной точкой. Частота прецессии свободного симметричного твердого тела.

Механика сплошных сред.

0. Полная система динамических уравнений сплошной среды

1. Получите интеграл Бернулли для стационарного движения идеальной жидкости.

2. Вывод уравнения баланса импульса для жидкостей и газов.

3. Вывод уравнения баланса энергии.

4. Идеальная жидкость. Условия применимости приближения идеальной жидкости. Уравнение Эйлера.

5. Интеграл Коши-Лагранжа для движения идеальной жидкости.