

## Экзаменационные вопросы по теоретической механике (3-й курс, 2-й поток, 2017)

Движение механических систем при наложенных связях. Голономные связи. Принцип виртуальных перемещений. Принцип Даламбера.

Уравнения Лагранжа с неопределенными множителями (1-го рода). Законы сохранения для механических систем при наличии связей.

Уравнения Лагранжа в независимых координатах (вывод из общего уравнения механики).

Механическая система с одной степенью свободы. Интегралы движения. Качественное исследование. Движение вблизи точек остановки. Формула для периода колебаний.

Одномерный гармонический осциллятор. Собственные и вынужденные колебания одномерного гармонического осциллятора. Функция Лагранжа. Фазовая плоскость. Затухающие одномерные колебания. Условный период. Аperiodический режим движения.

Общие свойства движения частицы в центральном поле. Интегралы движения и общее решение задачи в квадратурах. Качественное исследование. Точки поворота. Классификация траекторий. Формулы для периода радиального движения частицы и смещения перигея траектории частицы в центральном поле. Условие замкнутости траекторий. Задача Кеплера. Вектор-интеграл Лапласа.

Система материальных точек. Внутренние силы. Инвариантность функции Лагранжа замкнутой системы  $N$  материальных точек относительно преобразований «группы движений Галилея». Законы изменения и сохранения импульса, момента импульса и энергии системы точек. Аддитивные интегралы движения замкнутой системы  $N$  материальных точек и свойства пространства-времени. Инвариантность функции Лагранжа системы относительно преобразований Галилея и инерциальные системы отсчета.

Задача двух тел; интегралы движения и общее решение задачи в квадратурах. Движение частиц относительно лабораторной системы отсчета и системы центра масс. Упругое рассеяние частиц. Эффективное поперечное сечение рассеяния. Рассеяние электрически заряженных частиц - формула Резерфорда. Дифференциальное и полное сечение рассеяния частиц на сферически симметричной потенциальной яме. Рассеяние частиц на малые углы. Падение частиц в центр поля и захват частиц. Полное сечение захвата частиц.

Уравнения Лагранжа в независимых координатах и их ковариантность при точечных преобразованиях. Обобщенный импульс и обобщенная энергия. Интегралы движения уравнений Лагранжа.

Функция Лагранжа заряда во внешнем электромагнитном поле. Обобщенный потенциал, обобщенная сила в уравнениях Лагранжа заряженной частицы во внешнем электромагнитном поле. Первые интегралы уравнений Лагранжа заряда  $e$ , массы  $m$  в однородном магнитном поле и калибровка векторного потенциала. Первые интегралы уравнений Лагранжа заряда  $e$  массы  $m$  в однородном магнитном поле  $\mathbf{H}$  в цилиндрических координатах.

Малые колебания динамических систем с  $s$  степенями свободы. Общее решение уравнений Лагранжа механической системы с  $s$  степенями свободы вблизи положений устойчивого равновесия. Устойчивость движения по Ляпунову. Теорема Лагранжа. Собственные колебания механической системы с  $s$  степенями свободы. Нормальные координаты. Ортогональность амплитуд. Случаи нулевой и кратных частот. Векторы

смещений. Свойства ортогональности.

Интегральные принципы механики. Действие. Экстремали действия и уравнения Лагранжа. Принцип наименьшего действия в пространстве конфигураций.

Невырожденные лагранжианы. Преобразования Лежандра и представление уравнений Лагранжа в эквивалентной форме уравнений Гамильтона.

Принцип наименьшего действия в расширенном фазовом пространстве; вывод уравнений Гамильтона. Канонические уравнения Гамильтона. Фазовое пространство. Фазовый поток.

Циклическая координата. Интегрирование уравнений Гамильтона с одной циклической координатой; консервативная система с двумя степенями свободы и одной циклической координатой.

Функция Гамильтона заряда  $e$ , массы  $m$  во внешнем электромагнитном поле. Уравнения Лагранжа и Гамильтона и интегралы движения этих уравнений для заряда  $e$ , массы  $m$  в однородном магнитном поле  $\mathbf{H}$ .

Скобки Пуассона и интегралы движения; свойства скобок Пуассона. Интегралы движения в задаче Кеплера. Теорема Пуассона.

Канонические преобразования. Интегральные инварианты Пуанкаре-Картана и Пуанкаре. Единственность универсального интегрального инварианта. Производящие функции канонических преобразований.

Бесконечно-малые канонические преобразования. Теорема Лиувилля о сохранении фазового объема. Инварианты канонических преобразований.

Уравнение Гамильтона-Якоби. Полный интеграл уравнения Гамильтона-Якоби и решения канонических уравнений. Теорема Якоби. Метод разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби. Примеры разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби: трехмерная свободная частица и движение в центральном поле в сферических координатах.

Действие с переменным верхним пределом и уравнение Гамильтона-Якоби. Действие с переменным верхним пределом для свободной одномерной частицы.

Укороченное действие. Переменные «действие-угол». Нахождение частот условно-периодического движения с помощью переменных «действие-угол». Траектории в фазовом пространстве на примере математического маятника. Переменные «действие-угол» для одномерного гармонического осциллятора; нахождение частот двумерного гармонического осциллятора с помощью переменных «действие-угол».

Механические системы с медленно меняющимися параметрами. Адиабатическая инвариантность переменных действия (в случае  $s=1$ ). Зависимость энергии и амплитуды математического маятника от длины нити при ее медленном изменении (в приближении малых колебаний).

Углы Эйлера. Угловая скорость твердого тела. Кинематические уравнения Эйлера. Импульс, момент импульса и кинетическая энергия твердого тела. Тензор инерции твердого тела и его свойства.

Плоско-параллельное движение твердого тела (свободное и при наличии внешних связей).

Движение твердого тела с одной неподвижной точкой. Динамические уравнения Эйлера. Функция Лагранжа тяжелого симметрического волчка. Интегралы движения. Решение задачи в квадратурах.

Описание сплошной среды; основная гипотеза и свойства, физически бесконечно малая частица. Поле перемещений. Тензоры и векторы полей поворотов и деформаций. Поле скоростей. Тензоры и векторы, характеризующие поля вихря и скорости деформаций.

Объемные и поверхностные силы. Тензор локальных напряжений. Уравнения движения сплошной среды. Замкнутая система уравнений для баротропного движения идеальной жидкости. Уравнение Эйлера. Изэнтропическое движение идеальной жидкости. Линии тока, стационарное и безвихревое течения идеальной жидкости. Интегралы «движения» Бернулли и Коши.

Сжимаемая жидкость. Распространение возмущений (полей плотности, давления, скорости) в сжимаемой сплошной среде. Звуковые волны и их характеристики.

Касательные напряжения в движущейся жидкости. Тензор напряжений "линейной" вязкой жидкости. Уравнение Навье-Стокса; основное отличие от уравнения Эйлера. Уравнения движения несжимаемой вязкой жидкости. Геометрически (динамически)-подобные течения; закон подобия. Число Рейнольдса.

1. И.И. Ольховский. Курс теоретической механики для физиков. — М.: Изд-во МГУ, 1974.
2. В.В. Петкевич. Теоретическая механика. — М.: Наука (ГИФМЛ), 1981.
3. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Механика. — М.: Наука (ГИФМЛ), 1988.
4. Ю.Г. Павленко. Лекции по теоретической механике. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
5. В.Р. Халилов, Г.А. Чижов. Теоретическая механика: Динамика классических систем. — М.: Юрайт, 2017.
6. Л.С. Кузьменков. Теоретическая физика: Классическая механика. — М.: Наука, 2015.
7. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Гидродинамика. — М.: Наука (ГИФМЛ), 1986 (отдельные параграфы).